

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный аграрный университет»
Калининградский филиал

Кафедра механизации сельского хозяйства



УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по учебной работе

С.А. Носкова

29 мая 2020 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИКА»

(приложение к рабочей программе)

Направление подготовки бакалавра
35.03.06 Агроинженерия


Тип образовательной программы
Академический бакалавриат

Направленность (профиль) образовательной программы
Эксплуатация транспортно-технологических машин

Полесск
2020

Автор

Доцент



Ермакова Т.В.

(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы	3
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	8
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	29

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций, отраженных в карте компетенций:

Код компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (знать, уметь, владеть)	Этапы формирования компетенции в процессе освоения образовательной программы*	Виды занятий для формирования компетенции**	Оценочные средства для проверки формирования компетенции***
ОП К-2	Способность к использованию основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений и рядов, операционного исчисления, теории вероятностей; <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать математический аппарат для решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной, а также математических задач общепрофессиональных и специальных дисциплин; <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - первичными навыками и основными методами решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории 	1,2,3,4	лекция, практические занятия, самостоятельная работа	Индивидуальные расчетно-графические задания, контрольные работы, тесты

		дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной.			
ПК -3	Готовность к обработке результатов экспериментальных исследований	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы обработки результатов экспериментальных исследований; <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать математический аппарат для решения типовых задач обработки результатов экспериментальных исследований; <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - первичными навыками и основными методами обработки результатов экспериментальных исследований 	1,2,3,4	лекция, практические занятия, самостоятельная работа	Индивидуальные расчетно-графические задания, контрольные работы, тесты

2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

2.1 Показатели и критерии оценивания компетенций

Компетенция	Этап формирования компетенции	Показатели и критерии оценивания				Оценочные средства для проверки формирования компетенции***	
		отсутствие усвоения (ниже порогового)	неполное усвоение (пороговое)	хорошее усвоение (углубленное)	отличное усвоение (продвинутое)	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
<i>ОПК-2 - способность к использованию основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности</i>							
знать	1,2,3,4	не знает основные понятия и методы векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений и рядов, операционного исчисления, теории вероятностей	в основном ориентируется в основных понятиях и методах векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений и рядов, операционного исчисления, теории вероятностей	знает основные понятия и методы векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений и рядов, операционного исчисления, теории вероятностей	отличное знание основных понятий и методов векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений и рядов, операционного исчисления, теории вероятностей	индивидуальные расчетно-графические задания, контрольные работы	тест
уметь	1,2,3,4	не умеет использовать математический	частично умеет использовать математический	способен использовать математический	отлично умеет использовать математический	индивидуальные расчетно-	тест

		аппарат для решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной, а также математических задач общепрофессиональных и специальных дисциплин;	аппарат для решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной, а также математических задач общепрофессиональных и специальных дисциплин	аппарат для решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной, а также математических задач общепрофессиональных и специальных дисциплин	аппарат для решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной, а также математических задач общепрофессиональных и специальных дисциплин	графические задания, контрольные работы	
владеть	1,2,3,4	не владеет первичными навыками и основными методами решения типовых задач математического анализа, линейной	частично владеет первичными навыками и основными методами решения типовых задач математического анализа, линейной	владеет первичными навыками и основными методами решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и	свободно владеет первичными навыками и основными методами решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры и	индивидуальные расчетно-графические задания, контрольные работы	тест

		алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной	алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной	аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной	аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, теории функции комплексной переменной.		
--	--	--	---	--	---	--	--

2.2 Шкала оценивания компетенций

Оценочное средство индивидуальное расчетно-графическое задание

Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.

Оценочное средство контрольная работа

Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.

Оценочное средство тест

Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.

3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1 Индивидуальные расчетно-графические задания

Задание 1

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 5 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ тремя способами:

- 1) по правилу Саррюса;
- 2) разложив по второй строке;
- 3) разложив по третьему столбцу.

2. Для данного определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

- 1) найти миноры M_{42}, M_{21} и алгебраические дополнения A_{42}, A_{21} .
- 2) вычислить определитель, разложив по элементам 2-го столбца;
- 3) вычислить определитель, разложив его по элементам 4-ой строки, получив предварительно нули в 4-ой строке

3. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Найдите матрицы $A^T, B^T, A - 2B, 3B + 2A^T, A^2 - 2A + 3E, AB, BA$

4. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Определить, какие из произведений AB, BA, AC, CA, BC, CB имеют смысл и размер полученной матрицы. Найти любые два из возможных произведений.

5. Решить системы уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

6. Решить матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

7. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:
- используя теорему Кронекера-Капелли, определить, сколько решений имеет система;
 - если решение существует, найти его.

$$1) \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y + z = 6 \\ 5x + y - z = 2 \\ x - 5y + 3z = 10 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x + y + 2z = -1 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x + 5y + 4z = 5 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 4x_1 + 8x_2 - 10x_3 + 7x_4 = 20 \\ 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 10 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 8x_3 - 4x_4 = -1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 12x_4 = -10 \\ 3x_1 - 8x_2 - 6x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 + 13x_4 = -3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -5 \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 + 9x_4 = 7 \\ 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}$$

Все задания по 5 баллов

Задание 2

1. Даны вершины треугольника ABC: A (-5; 0), B (7; 9), C (5; -5).

Построить треугольник на координатной плоскости и найти:

- длину стороны AB;
- уравнения сторон AB и AC и их угловые коэффициенты;
- внутренний угол A;
- уравнение высоты CD и ее длину;
- уравнение медианы AE;
- точку пересечения высоты CD и медианы AE

2. Найти:

- 1) координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 + 6x - 12y - 4 = 0;$$

- 2) каноническое уравнение эллипса, малая полуось которого равна $\sqrt{15}$, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{\sqrt{10}}{5}$;

- 3) каноническое уравнение гиперболы, расстояние между вершинами которой равно 16, а одна из асимптот имеет угловой коэффициент $k = \frac{3}{4}$;

- 4) уравнение параболы с вершиной в начале координат, симметричной относительно оси Ox и проходящей через точку $A(4; -8)$.

3. Привести уравнения линий к каноническому виду, написать название линии, уравнения асимптот и директрисы, найти координаты фокусов, центр и радиус окружности, вычислить эксцентриситет, построить линии

1. $36x^2 - 64y^2 = 2304$

2. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$

3. $2x + y^2 = 0$

4. $25x^2 + 121y^2 = 3025$

4. Определить тип линии, привести ее уравнение к стандартному виду, построить линию

1. $4x^2 - 8x - y + 7 = 0$
2. $2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 5 = 0$
3. $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$

Все задания по 3 балла.

Задание 3

1. Даны точки $A(4;6;3)$, $B(-5;2;6)$ и $C(4;-4;-3)$. Найти:
 - а) длину и направляющие косинусы вектора $\vec{a} = 4\vec{CB} - \vec{AC}$;
 - б) скалярное произведение векторов \vec{a} и $\vec{b} = \vec{AB}$
2. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$,
 $\vec{b} = \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.
 - а) вычислить смешанное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} и определить, будут ли эти векторы компланарны;
 - б) вычислить векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{c} ;
 - в) вычислить скалярное произведение двух векторов \vec{b} и \vec{c} и угол между ними;
 - г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора \vec{a} и \vec{c}
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5;1;3)$, $B(1,2,1)$, $C(2;-4;-1)$ и $D(4;-5;-3)$. Вычислить:
 - а) площадь грани ACD ;
 - б) объем пирамиды $ABCD$
 - с) длину высоты, опущенной на грань ACD

Все задания по 3 балла.

Задание 4

1. Даны точки $M_0(-12,7,-1)$, $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$. Написать
 - 1) уравнение плоскости, $M_1M_2M_3$
 - 2) уравнение прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости, $M_1M_2M_3$
 - 3) уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 параллельно плоскости, $M_1M_2M_3$
2. Даны точки $A(1,0,-2)$, $B(2,-1,3)$, $C(0,-3,2)$. Написать
 - 1) уравнение прямой BC
 - 2) уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно прямой BC
 - 3) уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно прямой BC
3. Найти угол между плоскостями

$$\begin{cases} x - 3y + 5 = 0, \\ 2x - y + 5z - 16 = 0. \end{cases}$$
4. Написать канонические уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$$

5. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ и плоскости $x + 2y + 3z - 14 = 0$

Все задания по 3 балла.

Задание 5

1. Найти область определения функции:

а) $y(x) = \frac{\sqrt{4+x-5x^2}}{x^2+2x}$

б) $y(x) = \arcsin \frac{2x+1}{3x-2}$

2. Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+x-6}{3x^2+8x-3}$

2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+4x+4}{x^3-3x+1}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4+4x^2+7}{5x-2x^2-3}$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{8x+1}-5}{9x-27}$

5) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+2x}{\sqrt{2-7x}-4}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1} + \sqrt{x+4}}{\sqrt[4]{x^3+x} + 3x}$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2+x+3})$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2-3x+2} \right)$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{-4x}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x-1} \right)^{3x}$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x+1}{x^2-2x-1} \right)^{\frac{x+1}{6}}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3^{-x}-1}$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{3x - \operatorname{tg} 6x}$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x^2)}{\cos 3x - \cos 5x}$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x^2}-1}{\operatorname{arctg}^2 \frac{x}{3}}$

3. Найти точки разрыва функции и определить тип разрыва:

а) $y(x) = 3^{\frac{2}{x+4}}$

б) $y(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \leq 0 \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1 \\ 2^x, & x > 1 \end{cases}$

в) $y(x) = \begin{cases} 3x^2-1, & x < 0 \\ -\sqrt{4x+1}, & 0 < x < 2 \\ 2x+3, & x > 2 \end{cases}$

4. Найти асимптоты графика функции, построить их на координатной плоскости и изобразить поведение графика функции вблизи его асимптот

а) $y = \frac{3x+1}{x^2-1}$

б) $y = \frac{2x^2+x+1}{x+2}$

Все задания по 3 балла.

Задание 6

1. Найти производную функции $y = 3x^2 + 5x - 3$ по определению

2. Найти производные функций

1) $y = 7x^4 - \frac{2}{3x^4} + 6\sqrt[3]{x^5} - 3$

2) $y = 3 + e^{4x} \cdot \cos \frac{x}{3}$

3) $y = \frac{1 + \operatorname{tg} x^3}{x^3 - \operatorname{tg} x}$

4) $y = (x^2 + \sin 2x)^3$

5) $y = \ln^2 \left(x^7 + 5 \arcsin \frac{x}{5} \right)$

6) $p(t) = (4t-1)^3 \sin 6t - e^{-2t}$

$$7) T(\alpha) = \frac{\sin 4\alpha}{\alpha^2 + 1} + \operatorname{ctg} 3$$

$$8) q(t) = \frac{t^3}{\sqrt{4-t^2}} + \operatorname{ctg} 4t$$

$$9) y = (\arcsin x)^{\operatorname{tg}(3x^2+x)}$$

$$10) \operatorname{arctg} y = 2x + y$$

3. Найти вторые производные функций

$$1) y = \ln(3x^2)$$

$$2) y = \arcsin 2x$$

4. С помощью правила Лопиталья вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

5. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 3x^4 - 2x^2 + 5$ в точке $x_0 = 1$

6. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке

$$1) y = x^3 - 3x + 2, \quad x \in [0; 3]$$

$$2) p(t) = \frac{2}{t} + \frac{t}{2}, \quad t \in [1; 4]$$

7. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением $S(t) = 5t^2 + 4t + 1$. Определить скорость движения точки через 2с после начала движения.

Все задания по 3 балла.

Задание 7

Провести исследование функций и построить их графики

$$1) y = -x^3 - 6x^2 - 9x + 3$$

$$2) y = \frac{2x^2 + x + 5}{x - 1}$$

$$3) y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}$$

Все задания по 10 баллов.

Задание 8

1. Построить область определения следующих функций

$$a) z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

$$b) u = \arcsin(x + y)$$

$$c) f(x, y) = \ln(y - x) + \ln x$$

2. Найти частные производные первого и второго порядка функций

$$a) z = 5x^4y^2 - 3x^2 + 2y - 1$$

$$b) \varphi(x, y) = x^3(2x + 7 \cos y)$$

$$c) F(x, y) = \cos(3x^2y - 4y^3)$$

$$d) z = \ln(y^4 - e^{-x})$$

3. Вычислить значения частных производных $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, и $\frac{\partial u}{\partial z}$ для

$$\text{функции } u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ в точке } M_0(0; -1; 1)$$

4. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = 4x^2 - 3x^2y^3 + 4y - 2$
5. Вычислить приближённо $3,01 \cdot e^{0,01}$. Найти относительную и абсолютную погрешность вычислений.
6. Найти уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности $z = 4x^2 - xy + 3y^2 - 5$ в точке $E(-1;1;3)$
7. Исследовать на экстремум функции
- а) $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
- б) $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$
8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 5y^2 - 4xy + 3$ в замкнутой области $D : 0 \leq x \leq 3, x \leq y \leq 3$
9. Найти градиент функции $z = 4x + 3x^2y^3 - 2$ и вычислить его модуль в точке $A(-1;2)$
10. Найти производную функции $z = \frac{2x}{x+4y}$ по направлению $\vec{a}(4;-3)$.
Вычислить ее значение в точке $B(2;1)$

11. Вычислить:

- а) производную функции $u = x^2y + y^2z + xz^2$ в точке $M_1(1;-1;2)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$, если $M_2(3;4;-1)$
- б) $\overrightarrow{grad}u|_{M_1}$

Все задания по 3 балла.

Задание 9

1. Найти неопределенные интегралы

- 1) $\int \frac{dx}{x^2 - 8}$ 2) $\int \frac{dy}{\sqrt{5 - y^2}}$ 3) $\int \frac{dt}{t^2 + 9}$ 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16}}$
- 5) $\int \frac{dx}{11 - x^2}$ 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 7}}$ 7) $\int \frac{(3t - 1)^2}{t^4} dt$ 8) $\int (4u - 5)^2 u du$
- 9) $\int \left(5\sqrt[3]{z^2} - \frac{3}{\sqrt[3]{z^2}} \right) dz$ 10) $\int \left(2 \cos y - \frac{3}{2y} + 4^y - \frac{2}{\cos^2 y} - y + \pi \right) dy$
- 11) $\int \cos(5x - 2) dx$ 12) $\int \sin \frac{x}{4} dx$ 13) $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{3x}{2}}$ 14) $\int \frac{dx}{\cos^2(1 - 2x)}$
- 15) $\int e^{-2x} dx$ 16) $\int \frac{dx}{5x - 1}$ 17) $\int \frac{dx}{3x^2 + 4}$ 18) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 7}}$
- 19) $\int \frac{dx}{(4x + 3)^3}$ 20) $\int \sqrt[4]{3 - 5x} dx$ 21) $\int \frac{\sin x dx}{6 \cos x - 11}$ 22) $\int \frac{\cos x}{2 - \sin^2 x} dx$

23)	$\int \frac{e^{18x} dx}{\cos^2 x}$	24)	$\int \frac{(3\operatorname{ctg}^3 x - 2) dx}{\sin^2 x}$	25)	$\int \frac{dx}{(x^2 + 1)\operatorname{arctg} x}$	26)	$\int \frac{\sqrt{\arcsin x + 1} dx}{\sqrt{1 - x^2}}$
27)	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 9}$	28)	$\int \frac{dx}{x(\ln^2 x - 5)}$	29)	$\int x^2 \cos(2x^3 + 1) dx$	30)	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 7}}$
31)	$\int (2x - 1)\sqrt{x - 2} dx$	32)	$\int \frac{3x + 4}{\sqrt[3]{x + 1}} dx$	33)	$\int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x - 1}}$	34)	$\int \frac{dx}{(x - 3)\sqrt{x + 2}}$
35)	$\int (3x - 4)\cos 2x dx$	36)	$\int (7 - 2x)\sin \frac{x}{3} dx$	37)	$\int (4x + 1)e^{3x} dx$	38)	$\int (6x^2 - 4x + 5)\ln x dx$
39)	$\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 6}$	40)	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}}$	41)	$\int \frac{3x + 2}{x^2 + 4} dx$	42)	$\int \frac{3x - 5}{x^2 + 2x - 5} dx$
43)	$\int \frac{1 - 2x - x^3}{x^2 + 1} dx$	44)	$\int \frac{4x^2 + 1}{(x^2 - x)(x + 3)} dx$	45)	$\int \frac{2x - 3}{(x + 1)(x - 1)^2} dx$	46)	$\int \frac{5x - 3}{(x^2 + 4)(x^2 + 3)} dx$

2. Записать в общем виде разложение правильной рациональной дроби на простейшие дроби

47)
$$\frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 3)}$$

48)
$$\frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{(x^2 - 9)^2(x^2 + 4x + 5)}$$

Все задания по 3 балла.

Задание 10

I. Вычислить определенные интегралы

1
$$\int_0^{\frac{\pi}{9}} \frac{dx}{\cos^2 3x}$$

2
$$\int_0^1 \frac{dx}{5x - 4}$$

3
$$\int_0^{\sqrt{7}} x^3 \sqrt{1 + x^2} dx$$

4
$$\int_2^3 y \ln(y - 1) dy$$

II. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

5
$$y = x^2 + x - 4 \quad \text{и} \quad 2x - y - 2 = 0$$

III. Вычислить длину плоской кривой

6
$$y = \sqrt{4 - x^2} \quad \text{от} \quad x = -2 \quad \text{до} \quad x = 2$$

IV. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями

7
$$y = 0, \quad y = \frac{x^2}{2} \quad \text{и} \quad 2x + y - 6 = 0$$

V. Исследовать сходимость несобственных интегралов

8
$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 1}$$

9
$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x - 1}}$$

Все задания по 3 балла.

Задание 11

1. Даны числа $z_1 = 2 + 7i$, $z_2 = -5 + 6i$

- а) Найти комплексно сопряженные числа \bar{z}_1, \bar{z}_2
 б) Найти $z_1 + z_2, z_1 - z_2$
 в) Изобразить на комплексной плоскости числа $z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2$
2. Найти модули и аргументы чисел $z_1 = 3, z_2 = 2i, z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$, записать их в тригонометрической и показательной форме
3. Даны числа $z_1 = -2 - 3i, z_2 = 1 + 2i$. Найти $z_1 \cdot z_2 - \bar{z}_1, \frac{z_1}{z_2}, z_1^2, \frac{\bar{z}_1}{z_2}$
4. Найти действительную и мнимую части комплексного числа $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7$
5. Найти $2i^{14} + 3i^{15} - 4i^9$
6. Найти все значения корня $\sqrt[3]{27}$
7. Решить уравнения

$$z^2 + 10 = 0, \quad z^2 - 4z + 5 = 0$$

Изобразить на комплексной плоскости найденные корни уравнений
 Все задания по 3 балла.

Задание 12

1. Проверить, выполняется ли необходимый признак сходимости для числовых рядов, и сделать соответствующий вывод.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n \ln\left(1 + \frac{1}{5n}\right),$ б) $1 + \frac{10}{8} + \frac{25}{27} + \frac{46}{64} + \dots$

2. Найти сумму числового ряда:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{9n^2 - 12n - 5}$$

3. Исследовать сходимость числовых рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n^2 + 1)^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)}{(3n+5)2^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$

4. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{2n+3}\right)^n,$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{(5n+1)^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3 \sqrt{\ln n}}$

5. Показать, что ряд сходится и вычислить его сумму с точностью α :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{(n+1)^n}, \quad \alpha = 0,001$$

6. Найти область сходимости степенного ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n} x^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3n^2 + 2},$

7. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням $x-a$:

а) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-5x}}; a=0,$

б) $f(x) = x \cos^2 x; a=0,$

в) $f(x) = e^{3x}$; $a = 1$.

8. Методом последовательного дифференцирования найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд функции $y = f(x)$, являющейся решением заданного дифференциального уравнения при указанных начальных условиях

$$y' = \sin x + y^2, \quad y(0) = 1$$

9. Используя метод неопределенных коэффициентов, найти первые четыре отличных от нуля члена разложения в ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям.

$$y'' - (x+1)y' + y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0$$

10. Вычислить определенный интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$:

$$\int_0^{0,1} \sin(10x^2) dx$$

Все задания по 3 балла.

Задание 13

1. Сколько существует вариантов подсоединения 6 элементов к 6 источникам питания.
2. На распределении молодых специалистов фирма получила право выбора 4-х человек из 18 выпускников. Сколько существует вариантов выбора, если представители фирмы не знают ни одного выпускника?
3. На складе хранятся 8 желтых, 10 красных и 12 зеленых ламп. Сколько существует вариантов комплекта для сигнального устройства, если в комплект входит 5 ламп, из них 2 зеленых и 2 красных?
4. В фирме для повышения профессионального уровня сотрудников был проведен конкурс "Лучший специалист". Три победителя должны были получить тур путевки в Прагу, Стокгольм, Барселону. Сколько существует вариантов итогов конкурса, если в фирме 20 человек?
5. Сколько существует вариантов отправить 6 приказов в филиалы фирмы с помощью трех курьеров, если каждый приказ можно доверить любому из них?

Все задания по 3 балла.

Задание 14

1. В связке имеются пять различных ключей, из которых только одним можно отпереть дверь. Наудачу выбирается ключ и делается попытка открыть дверь. Ключ, оказавшийся неподходящим, больше не используется. Найти вероятность того, что для отпираания двери будет использовано: а) три ключа; б) не более двух ключей.

2. В фирме работают 9 аудиторов, из которых 3 высокой квалификации. В командировку отправляют группу из 5 аудиторов. Какова вероятность того, что
 - а) один из них будет высокой квалификации;
 - б) хотя бы один будет высокой квалификации
3. В круг вписан правильный шестиугольник. Найти вероятность того, что
 - а) поставленная наугад в круг точка попадет в шестиугольник;
 - б) из двух наугад поставленных в круг точек одна попадет в шестиугольник, а другая нет.
4. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок потребует внимания рабочего, равна 0,6, второй – 0,7, третий – 0,8. Найти вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребует
 - а) какой-либо один станок;
 - б) хотя бы один станок
5. Число автобусов и троллейбусов, на которых студент с данной остановки может доехать до университета, относится как 3:2. Вероятность вовремя приехать на занятия на автобусе равна 0,8, на троллейбусе – 0,7. Найти вероятность того, что
 - а) опоздания не будет;
 - б) студент ехал на автобусе, если он приехал без опоздания
6. В семье пятеро детей. Приняв вероятности рождения мальчика и девочки равными, найти вероятность того, что в семье:
 - а) два мальчика;
 - б) не менее трех мальчиков.
7. Каждый из 100 компьютеров в Интернет-кафе занят клиентом в среднем в течение 80% рабочего времени. Какова вероятность того, что в момент проверки клиентами будет занято от 79 до 83 компьютеров?
8. На машинном дворе стоят 100 тракторов. Известно, что вероятность отказа двигателя трактора равна 0,1. Определить вероятность того, что окажутся неисправными двигатели у 12 тракторов.
9. При наборе текста наборщик делает ошибку в слове с вероятностью 0,001. Найти вероятность того, что в набранной книге, насчитывающей 5000 слов, будет не более 5 ошибок.

Все задания по 3 балла.

Задание 15

1. Даны законы распределения случайных величин X и Y :

X	3	4
p_i	0,6	0,4

Y	3	4	5
p_i	0,7	0,1	0,2

Для каждой случайной величины построить многоугольник распределения и график функции распределения $F(x)$, написать аналитическое выражение для $F(x)$. Найти числовые характеристики случайных величин X и Y .

Найти ряд распределения случайной величины $X - Y$, ее числовые характеристики.

2. Охотник, имеющий три патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Составить ряд распределения числа израсходованных патронов, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7.

3. Закон распределения непрерывной случайной величины задан функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{ax+b}{x+1}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти значения параметров a и b , плотность распределения $f(x)$ и вероятность попадания случайной величины в интервал $(0,5; 1,5)$.

Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$

4. Закон распределения непрерывной случайной величины задан плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ ax^2, & 1 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Найти значение параметра a , функцию распределения и числовые характеристики случайной величины.

5. Случайная величина распределена равномерно на интервале $(2; 7]$. Найти плотность распределения, функцию распределения, числовые характеристики. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

6. Случайная величина X распределена по показательному закону. Ее математическое ожидание равно 100. Найти плотность распределения, функцию распределения случайной величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение:

меньшее 200;

не менее 65.

7. Случайные величины имеют нормальное распределение с параметрами $X_1 \in N(-2, 3)$, $X_2 \in N(1, 3)$, $X_3 \in N(-2, 1)$.

- Написать выражение для плотности распределения вероятности каждой случайной величины $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$.
- Построить графики плотности распределения вероятности $f_1(x)$ и $f_2(x)$, $f_1(x)$ и $f_3(x)$ с учетом правила 3σ (на одном рисунке два графика)
- Найти вероятности попадания каждой случайной величины в интервалы $(-3,0)$, $(-2, 5)$.

Все задания по 3 балла.

3.2 Контрольные работы

Работа 1

- Решить систему по правилу Крамера:
$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$$
- Решить систему матричным способом:
$$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 2x - y - 2z = 8 \end{cases}$$
- Решить систему методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 8 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 11x_4 = 24 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 11x_4 = 24 \end{cases}$$
- $A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 10 & -5 \\ 3 & 16 \end{pmatrix}$,

Найти $C = (B - 2A^T) \cdot A$

Все задания по 4 балла.

Работа 2

- Даны точки $A(-2;4)$ $B(4;2)$ $C(10;8)$
Написать уравнение
 - прямой AB
 - прямой l , проходящей через точку C и середину отрезка AB
 - прямой m , проходящей через точку C параллельно AB
 - прямой n , проходящей через точку A перпендикулярно AB
- Привести уравнения линий к каноническому виду, написать название линии, уравнения асимптот и директрисы, найти координаты фокусов, центр и радиус окружности, вычислить эксцентриситет, построить линии
 - $256x^2 - 144y^2 = 36864$
 - $10x + y^2 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$

$$4) 4x^2 + 121y^2 = 484$$

Все задания по 3 балла.

Работа 3

1. Даны координаты вершин пирамиды

$A(3; -1; -1)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(4; 3; 2)$, $D(0; -3; 5)$.

а) найти угол ABC ;

б) найти площадь грани ABC ;

в) найти объем пирамиды $ABCD$;

г) найти длину высоты пирамиды, опущенной на грань ABC .

2. Даны координаты точек $A(3; -1; 5)$, $B(7; 1; 1)$,

$C(4; -2; 1)$.

а) составить канонические уравнения прямой AB ;

б) составить уравнение плоскости α , проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB ;

в) найти точку пересечения плоскости α с прямой AB .

3. Составить

а) уравнение плоскости α , проходящей через точки $A(1; 0; -1)$, $B(-2; 1; 1)$ и $C(-1; 3; 0)$,

б) уравнение плоскости β , проходящей через точку $D(5; 2; -3)$, параллельно плоскости α .

Все задания по 3 балла.

Работа 4

$$1. \lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + x - 6}{3x^2 + 8x - 3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 3}$$

$$3. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow \infty}} \frac{3x^4 + 5x^3 + 1}{3x^2 - 2x^4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{(e^{\sin 2x} - 1)^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 3x - 1} \right)^{3x^2 + 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^4 + 3x^2 - x} - \sqrt{x^4 + 4} \right)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}$$

8. Найти точки разрыва функции, определить тип разрыва

$$\begin{cases} x^2 - 1, & x < -2 \\ 3x, & -2 \leq x < 1 \\ x^3 + 2, & 1 < x \end{cases}$$

Все задания по 3 балла.

Работа 5

1. Найти производные функций

$$y = e^{-4x} \cdot \cos(\sqrt[3]{x^2}); \quad y = \frac{x + \operatorname{tg} x^3}{\operatorname{arctg} \frac{2}{x} + 1};$$

2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 2x^2 - 4x - 1}{x^3 - x^2 - x + 1} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{2x} - 3^{3x-2}}{\ln(5-x^2)}$$

3. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы

$$y = \frac{x^4}{4} - 3x^3$$

4. Исследовать функцию на выпуклость-вогнутость, точки перегиба

$$y = e^{x-2x^2}$$

Все задания по 3 балла.

Работа 6

1. Найти частные производные первого порядка функции $z = xy \ln(x+y)$

2. Найти частные производные второго порядка $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ от функции

$$u = \ln(e^x + e^y)$$

3. Для функции $u = x \operatorname{ctg} y + \frac{1}{2} z^2$ найти производную в точке $M\left(-1; \frac{\pi}{4}; 1\right)$ в

направлении вектора $\vec{l} = (-10; -11; 2)$

4. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

Все задания по 3 балла.

Работа 7

1. $\int \left(3 \sin \frac{x}{2} - \frac{2}{x^3} + 2^x - \frac{4}{x^2 - 2} \right) dx$

2. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6 - 5}} dx$

3. $\int \frac{\cos x dx}{4 \sin x + 3}$

4. $\int \frac{2x^3 - 3x^2 - x - 20}{x^2 - x - 12} dx$

5. $\int (3x+1)e^{-2x} dx$

6. $\int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx$

7. $\int x \sqrt[3]{x-2} dx$

8. $\int \frac{dx}{x-3\sqrt{x}}$

9. Написать разложение на простейшие дроби для функции

$$\frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{(x+1)^2(x+2)(x^2+x+1)}$$

Все задания по 3 балла.

Работа 8

1. Определить тип дифференциального уравнения
Решить дифференциальные уравнения

1) $\operatorname{tg} y dx - \frac{dy}{\sin x} = 0$

2) $(x-y)y dx - x^2 dy = 0$

3) $xy' + y = \sin x \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$

4) $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$

5) $(5x^4y^4 + 28x^6)dx + (4x^5y^3 - 3y^2)dy = 0$

2. Понизить порядок дифференциального уравнения. Решить уравнение
 $2yy'' + (y')^2 = 0$

Все задания по 3 балла.

Работа 9

1. Решить дифференциальные уравнения

1. $3y'' - 5y' - 2y = (6x^2 - 8x)e^{-x}$

2. $4y'' + 4y' + y = 3x$

3. $y'' + 4y = 4 \sin 2x - 12 \cos 2x$

2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x' = -x + 8y & x(0) = 2 \\ y' = x + y & y(0) = -3 \end{cases}$

Все задания по 3 балла.

Работа 10

1. Найти оригинал по заданному изображению

$$F(p) = \frac{4p+5}{(p-2)(p^2+6p+10)}$$

2. Решить дифференциальное уравнение

$$y'' + y = 6e^{-t}$$

$$y(0) = 3 \quad y'(0) = 1$$

3. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = x + 3y + 2 & x(0) = -1 \\ y' = x - y + 1 & y(0) = 2 \end{cases}$$

Все задания по 5 баллов

Работа 11

1. Исследовать сходимость рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{n!5^n}$

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^4 \sqrt{\ln^3 n}}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + n + 2}{(3n+2)(n+1)}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^3 + 5}{n^2(n+2)} \right)^{n^2}$

2. Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+3)}{(2n+3)\sqrt{n^2+1}}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^n$

3. Найти область сходимости степенного ряда

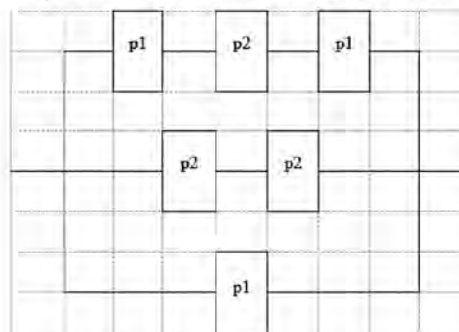
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)x^n}{n \cdot 3^n}$

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n(x+1)^n}{\sqrt[3]{n^2+2n+7}}$

Все задания по 3 балла.

Работа 12

1. Студент знает 5 вопросов из 20. Найти вероятность того, что на предложенные три вопроса он ответит правильно.
2. В магазин поступили яблоки: 30 ящиков из 1-го хозяйства, 20 – из 2-го, 30 – из 3-го. 80% яблок 1-го хозяйства – стандартные, 2-го - 70%, 3-го - 85%. Найти вероятность того, что наугад взятое из ящика яблоко – стандартное.
3. Вероятность появления живого цыпленка из яйца равна 0,6. Какова вероятность того, что из 8 яиц вылупится:
 - а) 3 цыпленка;
 - б) по крайней мере, один цыпленок;
 - в) не менее 7 цыплят.
4. Найти надежность схемы, если заданы надежности элементов



5. Вероятность того, что книга имеется в фондах первой библиотеки, равна 0,5; второй – 0,8; третьей – 0,3. Определить вероятность наличия книги в фондах хотя бы одной библиотеки; в фондах двух библиотек

Все задания по 3 балла.

3.3 Тестовые задания для проведения промежуточного контроля

Тест 1

1. Матрица $C = A \cdot B$. Какой должна быть размерность матрицы A , если размерность матрицы B - 4×2 , а размерность матрицы C - 3×2 ?

2. Найти матрицу $C = (2A - B^T) \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Можно ли найти решение системы $\begin{cases} x + 4y + z = 3 \\ 3x + y - 3z = 2 \\ x - 7y - 5z = 4 \end{cases}$, используя формулы

Крамера? Ответ обосновать.

4. Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Используя элементарные преобразования найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 16 & 9 \\ 3 & 4 & 2 & 11 \\ 2 & 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Используя теорему Кронекера-Капелли определить, сколько решений имеет система линейных алгебраических уравнений, если ее расширенная матрица приведена к виду

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right)$$

7. Написать общее уравнение прямой AB и найти ее угловой коэффициент, если $A(-3;5)$, $B(2;1)$.

8. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $M(2;-3)$ перпендикулярно прямой $x + 3y - 5 = 0$, и написать ее общее уравнение.

9. По общему уравнению определить вид линии:

а) $3x^2 + 4y^2 + 6x - 8y - 5 = 0$

б) $x^2 + 2x - 3y + 7 = 0$

Ответ обосновать.

10. Определить координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$. Написать уравнение окружности, симметричной заданной относительно оси OX .

11. Найти координаты фокусов линии $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ и вычислить ее эксцентриситет.

12. Вычислить косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , если $A(1; -3; 2)$, $B(3; -1; 1)$, $C(5; -3; 5)$.

13. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = (2; -3; 1)$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

14. Вычислить объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = (-3; 2; 1)$, $\vec{b} = (6; -2; 2)$, $\vec{c} = (3; -2; 1)$

15. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; -2; 5)$ перпендикулярно плоскости $3x - 2y + 4z - 5 = 0$.

16. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $P(4; 3; -2)$ параллельно плоскости $x + 4z - 3 = 0$.

17. При каких значениях параметра p прямая $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскость $5x + py - 2z + 7 = 0$ будут параллельны?

Все задания по 3 балла.

Тест 2

1. Используя тождественные преобразования, вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 18}{\sqrt{4x + 1} - 5}$

2. Имеет ли график функции $y = \frac{2x^3 + 1}{9 - x^2}$ горизонтальную асимптоту? Если имеет, то какую?

3. Найти производную функции $y = e^{-4x} \cdot \cos(\ln x)$;

4. Найти производную функции $y = \frac{\sqrt{4x - 3} \operatorname{tg} x}{5 - \arcsin 2x}$;

5. Используя правило Лопиталя, вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 18}{\sqrt{4x + 1} - 5}$

6. Исследовать функцию на монотонность, экстремумы, выпуклость-вогнутость и точки перегиба

а) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$ (на оценку «удовлетворительно»)

б) $y = \frac{x^3 - 27x + 54}{x^3}$ (на оценку «хорошо» и «отлично»)

7. Найти частные производные z''_{xx} и z''_{yx} функции

$$z = 5x^4 y^2 - 3x^2 + 2xy^5 - 1$$

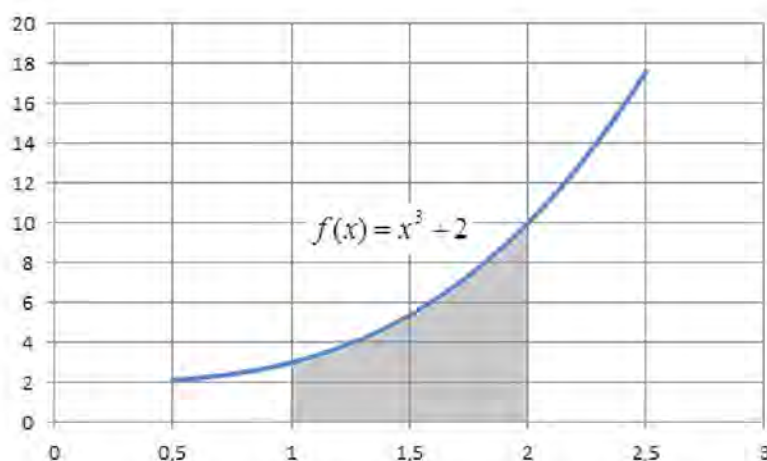
8. Найти неопределенный интеграл

$$\int \left(5 \sin \frac{x}{3} - \frac{3}{7\sqrt{5-x^2}} + 2^x - \frac{4}{6x+5} + \frac{6}{\cos^2 3x} \right) dx$$

9. Найти неопределенный интеграл $\int (3x+4) \cos \frac{x}{2} dx$
10. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x-5}}$
11. Написать разложение на простейшие дроби для функции
- $$\frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{(x-1)^3(x+3)^2(x^2+1)}$$
12. Исследовать сходимость несобственного интеграла

$$\int_{-2}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+5}}$$

13. С помощью определенного интеграла вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX криволинейной трапеции, изображенной на рисунке



Все задания по 3 балла.

Тест 3

1. Выполнить операции над комплексными числами

$$\frac{z_1 - z_2}{z_3}, \quad \text{если } z_1 = 3 - 2i, \quad z_2 = 1 - 5i, \quad z_3 = 3 + 4i$$

2. Решить уравнение $z^2 + 4z + 20 = 0$ на множестве комплексных чисел
3. Определить вид каждого из дифференциальных уравнений и решить уравнение а)
- $xy' - 3y = x^4 \cos x$
 - $(3x^2y + 2y + 3)dx + (x^3 + 2x + 3y^2)dy = 0$
 - $(2x - y) = (x + y)y'$

4. Понизить порядок дифференциального уравнения и определить вид полученного уравнения

$$2y''y'' + (y')^2 = 0$$

5. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и записать в общем виде выражение для частного решения неоднородного уравнения с правой частью $f(x)$. Решить указанные уравнения

1) $y'' - 3y' = 0$

a) $f(x) = 6x - 5$ (решить)

b) $f(x) = 4x^2 e^{3x}$

c) $f(x) = \cos 3x - 2 \sin 3x$

2) $y'' + 4y' + 5y = 0$

a) $f(x) = x^2 - x^3$

b) $f(x) = 7e^{-2x}$ (решить)

c) $f(x) = 2 \sin x$

6. Найти оригинал по заданному изображению

$$F(p) = \frac{17p - 26}{(p-2)(p^2 - p - 6)}$$

7. Операционным способом решить дифференциальное уравнение

$$y'' + 3y' = 6e^{-3t} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -5$$

Все задания по 5 баллов.

Тест 4

1. Исследовать сходимость числовых рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{(2n+1)^2 \sqrt{n^2+3}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8n-3}{4n+5} \right)^{3n}$$

2. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n-1)2^n}$$

3. Выписать три первых члена степенного ряда. Найти радиус, интервал и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+1)(x-2)^n}{n(3n+2)3^n}$$

Сходится ли этот ряд при $x = -3,7$?

4. Из колоды в 36 карт наугад выбирают 3 карты.

События: A – хотя бы одна из трех карт масти пик, B – не менее двух карт будут масти пик. Описать следующие события: AB , $A+B$, \overline{AB} , $\overline{A}B$, $\overline{A}\overline{B}$

5. Найти вероятность того, что только одна из выбранных карт будет масти пик

6. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй - 0,9, третий - 0,8. Результаты экзаменов не зависят друг от друга. Найти вероятность того, что студент

- а) сдаст все экзамены;
- б) сдаст два экзамена;
- в) сдаст хотя бы один экзамен

7. Задан закон распределения дискретной случайной величины

x_i	-5	-3	-2	-1	2
p_i	0,1	?	0,1	0,2	0,2

- а) найти неизвестное значение вероятности;
- б) построить многоугольник распределения;
- в) найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график;
- г) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

8. Закон распределения непрерывной случайной величины задан плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ ax^2, & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

- а) Найти значение параметра a ,
- б) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$,
- в) вычислить вероятность $P(0,3 < X < 1,5)$

9. Случайная величина X распределена равномерно на интервале $[1; 7]$.

- а) Написать выражение для плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$, построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$
- б) Вычислить числовые характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$
- в) Вычислить вероятность $P(2,7 < X < 6,3)$

Все задания по 5 баллов.

4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций осуществляется путем проведения процедур текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с Положением университета о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам бакалавриата.

Текущий контроль проводится на занятиях в течение семестра

Оценочные средства текущего контроля

- индивидуальные расчетно-графические задания;

- контрольные работы.

Промежуточная аттестация проводится в 1 семестре форме экзамена

Оценочные средства промежуточной аттестации:

- тест 1

Уровень сформированности компетенций определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «хорошо» » выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «удовлетворительно» » выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.

Промежуточная аттестация проводится в 2 семестре форме зачета с оценкой

Оценочные средства промежуточной аттестации:

- тест 2

Уровень сформированности компетенций определяется оценками «зачтено отлично», «зачтено хорошо», «зачтено удовлетворительно», «не зачтено».

Шкала оценивания:

- оценка «зачтено отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «зачтено хорошо» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «зачтено удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.

Промежуточная аттестация проводится в 3 семестре форме зачета с оценкой

Оценочные средства промежуточной аттестации:

- тест 3

Уровень сформированности компетенций определяется оценками «зачтено отлично», «зачтено хорошо», «зачтено удовлетворительно», «не зачтено».

Шкала оценивания:

- оценка «зачтено отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «зачтено хорошо» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «зачтено удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.

Промежуточная аттестация проводится в 4 семестре форме экзамена

Оценочные средства промежуточной аттестации:

- тест 4

Уровень сформированности компетенций определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «хорошо» » выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 73%, но менее 86% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «удовлетворительно» » выставляется обучающемуся, если он набрал не менее 60%, но менее 73% баллов за правильно выполненные задания;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он набрал менее 60% баллов за правильно выполненные задания.