МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ
КАЛИНИНГРАДСКИЙ ФИЛИАЛ ФГБОУ ВПО
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Механизации сельского хозяйства

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ СОПРОМАТА

Методическое пособие для практических и самостоятельных работ

по дисциплине

«Сопротивление материалов»

предназначено для студентов направления подготовки бакалавра

110300.62 Бакалавр техники и технологии

Полесск

2013

Составитель: кандидат технических наук, доцент кафедры «Механизация сельского хозяйства» Рожков А.С.

Примеры решения основных задач сопромата: Методическое пособие для практических и самостоятельных работ по дисциплине «Сопротивление материалов» / Калининградский филиал ФГБОУ ВПО СПбГАУ. – Полесск, 2013. – 25 с.

Рецензент:

Методическое пособие по выполнению практических и самостоятельных работ по дисциплине «Сопротивление материалов» предназначено для студентов направления подготовки бакалавра

110300.62 Бакалавр техники и технологии

Пособие рассмотрено на заседании кафедры Механизация сельского хозяйства
(протокол № от «__» __________ 20 г.).

Пособие одобрено УМО Калининградского филиала ФГБОУ ВПО СПбГАУ
(протокол № от «__» __________ 20 г.).

Примеры решения задач

Задача №1.
Определение опорных реакций

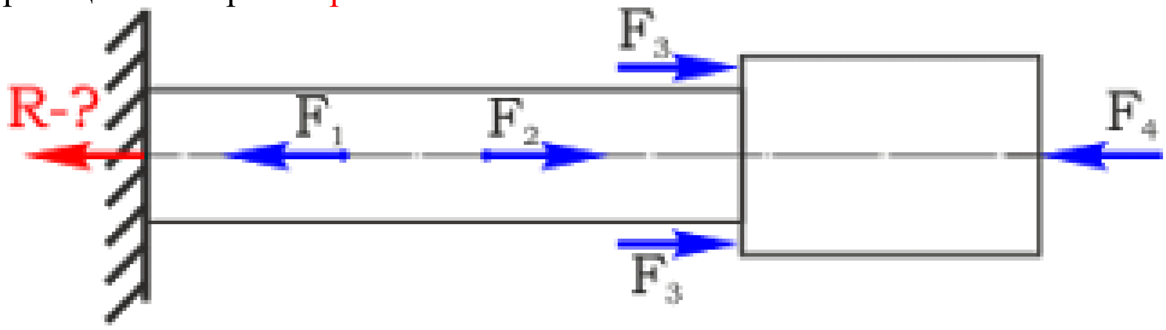
Здесь подробно разобраны примеры определения опорных реакций для различных способов закрепления и нагружения бруса.

Для прямого стержня при растяжении-сжатии

Прямой ступенчатый стержень нагружен системой продольных сил.
Требуется найти опорную реакцию.

Задачи определения реакций опор подробно рассматриваются в курсе теоретической механики, но будет полезно рассмотреть их еще раз, уже с учетом специфики сопромата.

Для наглядности, заданные внешние нагрузки показаны синим цветом, а реакции в опорах - красным.



Задача. Для прямого ступенчатого стержня нагруженного системой продольных сил (рис. 1), где
F_1=90кН, F_2=120кН, F_3=30кН, F_4=70кН, требуется определить величину и направление опорной реакции

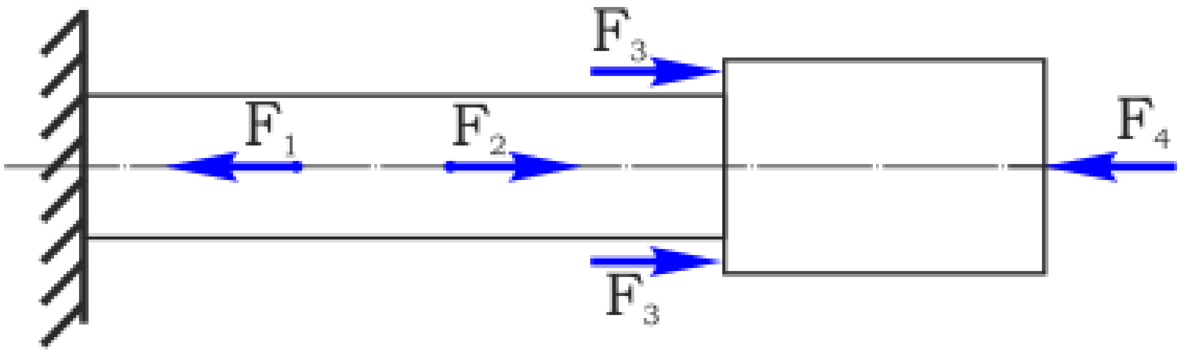


рис. 1

Пример решения

Проведем координатную ось z совпадающую с продольной осью стержня.

Так как все внешние силы приложенные к стержню расположены вдоль его оси, то из возможных для заделки шести усилий здесь будет только одно - продольная реакция R

Для того чтобы записать уравнение статики зададим этой силе произвольное направление, например влево (рис. 2)

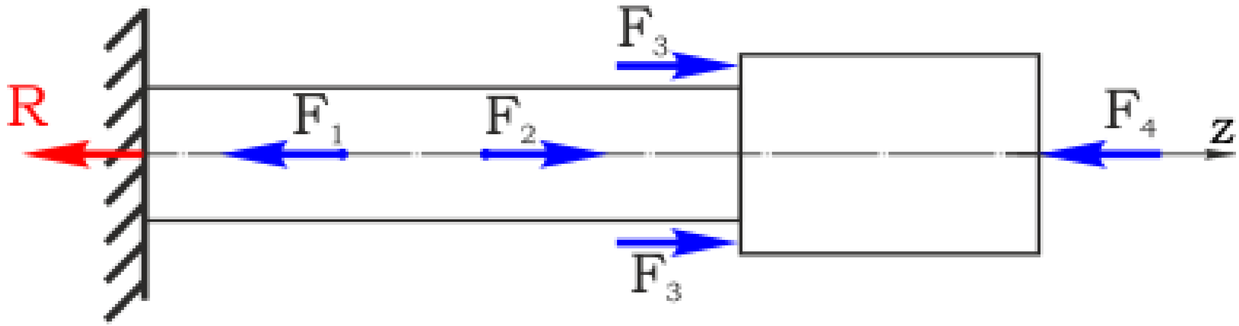


рис. 2

Запишем уравнение равновесия (неподвижности) стержня
Для этого, спроецируем все силы на ось z, сума которых должна быть равна нулю

При этом, силы направление которых совпадает с направлением оси z примем положительными, а силы, имеющие обратное направление - соответственно отрицательными:

$$\sum F(z) = 0 = -R - F_1 + F_2 + 2F_3 - F_4$$

Отсюда находим величину опорной реакции R:

$$R = -F_1 + F_2 + 2F_3 - F_4 = -90 + 120 + 2 \cdot 30 - 70 = 20\ кН$$

Положительный знак реакции R означает что изначально выбранное направление оказалось правильным

Для проверки, можно просто сложить все силы направленные вправо

$$F_2 + 2 \cdot F_3 = 120 + 2 \cdot 30 = 180\ кН$$

и силы направленные влево (включая R)

$$R + F_1 + F_4 = 20 + 90 + 70 = 180\ кН$$

Эти суммы должны совпадать

Задача №2.

Определение неизвестного крутящего момента вала

Вал нагружен скручивающими моментами.
Определить величину и направление неизвестного момента M_2.
Задача. Вал нагружен скручивающими моментами. Определить величину и направление неизвестного уравновешивающего момента M_2 (рис. 1), если M_1=30кНм, M_3=44кНм, M_4=6кНм

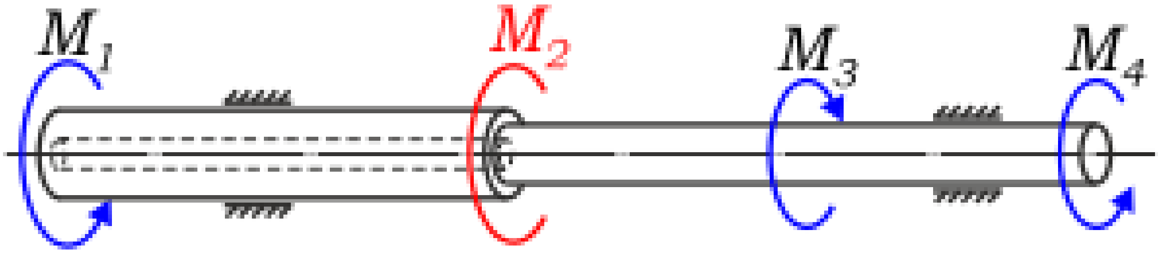


рис. 3

Пример решения

Величина и направление неизвестного скручивающего момента M_2 определяется из условия неподвижности вала.

Конечно на самом деле вал при работе вращается, собственно для этого он и предназначен, вращаясь передавать крутящий момент.

Но в сопротивлении материалов, при расчетах валов, часть крутящего момента необходимая для вращения вала отбрасывается, и учитываются только моменты деформирующие (скручивающие) вал.

Таким образом будем полагать что рассматриваемый вал не вращается. Для этого должно выполняться следующее условие: сумма крутящих моментов относительно продольной оси вала должна быть равна нулю

Для составления уравнения статики зададим произвольным образом направление искомого крутящего момента M_2, например по ходу часовой стрелки (рис. 2)

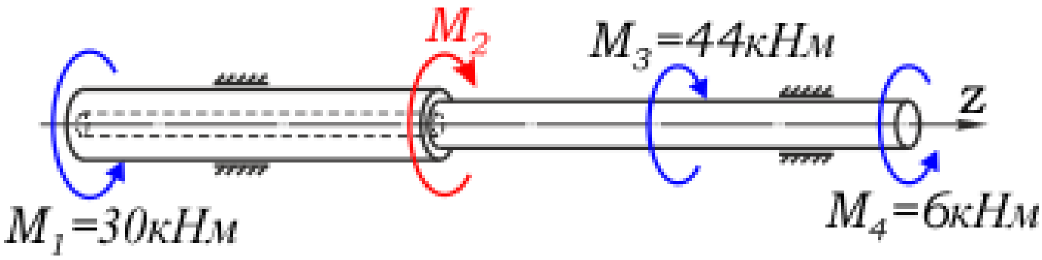


рис. 4

Запишем уравнение равновесия вала относительно продольной оси z, при этом моменты вращающие вал в одну сторону запишем со знаком "+", а моменты обратного направления соответственно со знаком "-":

$$\sum m(z) = 0 = M_1 - M_2 - M_3 + M_4$$

отсюда следует, что

$$M_2 = M_1 - M_3 + M_4 = 30 - 44 + 6 = -8\ кНм$$

Знак "-" в результате показывает, что реальное направление крутящего момента M_2 противоположно ранее выбранному, т.е. в данном случае момент M_2 направлен против хода часовой стрелки и равен 8кНм.

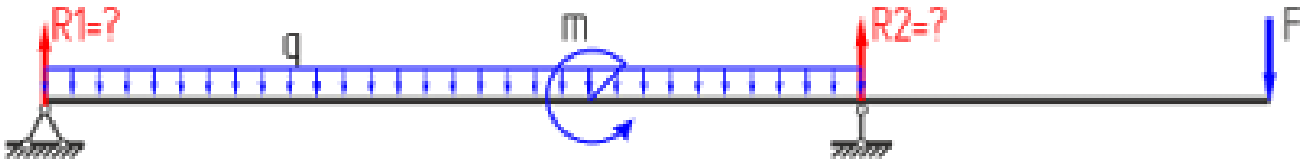
рис. 5

Проверить себя можно сложив отдельно величины крутящих моментов направленных по ходу часовой стрелки и моментов обратного направления. Суммы должны быть одинаковыми

Задача №3.

Для балки расположенной на двух шарнирных опорах (двухопорная балка)

Двухопорная балка с консольной частью нагружена поперечной силой, сосредоточенным моментом и распределенной нагрузкой. Надо найти реакции в опорах.



Для заданной двухопорной балки с консольной частью, нагруженной комплексом нагрузок: силой F, моментом m и распределенной нагрузкой q, определить величину и направление опорных реакций.
Расчетная схема балки показана на рис.6

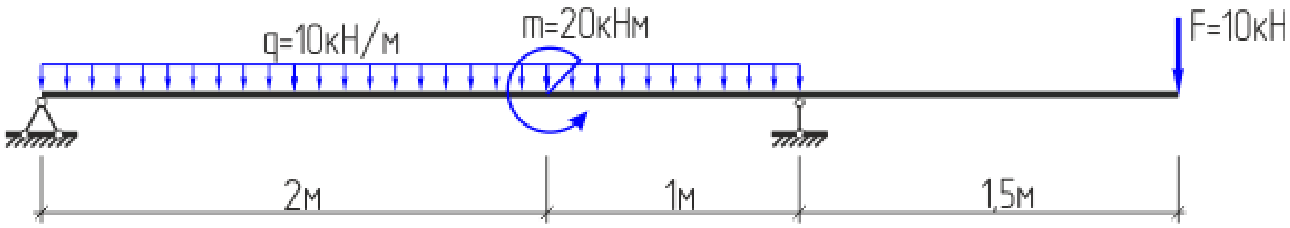


рис.6

Длина пролета балки 3м. Длина консольной части – 1,5м.

Решение:

Для решения задачи, обозначим характерные точки (сечения) балки (точки A, B, C и D) и определим положение системы координат, выбрав ее начало например в т. A (рис.7)

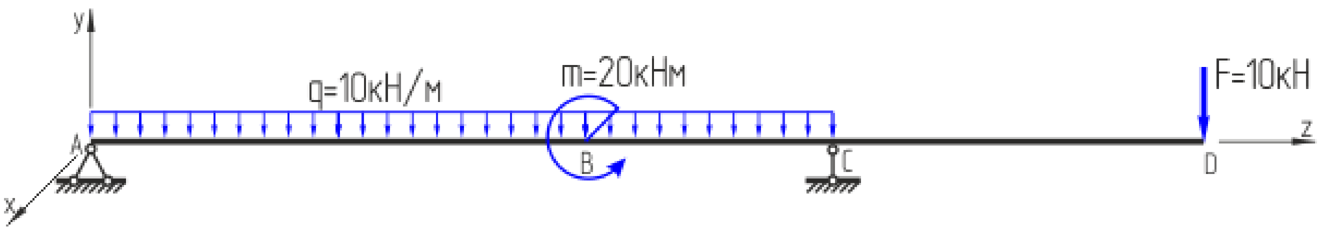


рис.7

Обе опоры балки являются шарнирными, поэтому в каждой из них будет возникать только сила, обозначим их соответственно R_A и R_C

Так как все заданные нагрузки раположены исключительно в вертикальной плоскости (плоский поперечный изгиб) и не дают проекций на ось z, то опорные реакции будут тоже только вертикальными.

Вообще говоря, реакции в опорах являются такими силами, которые необходимы для удержания балки с приложенными к ней нагрузками, в статичном (неподвижном) состоянии

В данном случае эти силы не позволяют ей вращаться и перемещаться в вертикальной плоскости.
Данная балка является статически определимой, т.к. уравнений статики достаточно для определения неизвестных усилий в опорах балки

Для составления уравнений статики опорные реакции R_A и R_C предварительно направляются произвольно, например, вверх (рис.8)

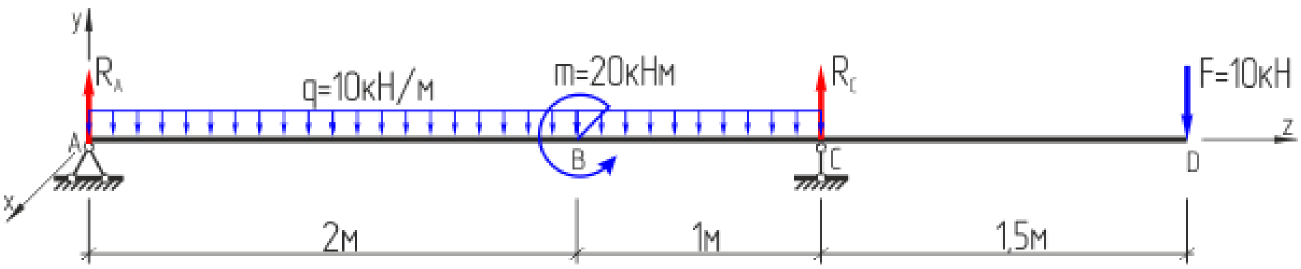


рис.8

Для определения двух неизвестных реакций потребуется два уравнения

Запишем уравнения статики:
1. Балка не перемещается по вертикали, т.е. сумма проекций всех сил на ось y равна нулю:

$$\sum F(y) = 0 = R_A - q \cdot 3 + R_C - F \qquad (1)$$

2. Тот факт, что балка не вращается, говорит о том, что сумма моментов относительно любой ее точки тоже равна нулю, т.е.:

$$\sum m_A = 0 = -q \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} + m + R_C \cdot 3 - F \cdot 4{,}5 \qquad (2)$$

Здесь сумму моментов лучше записывать относительно точки расположенной на опоре (например, A), т.к. в этом случае соответствующая реакция R_A в уравнении не участвует

Из выражения (2) определяем R_C

$$R_C = \frac{4{,}5q - m + 4{,}5F}{3} = \frac{4{,}5 \cdot 10 - 20 + 4{,}5 \cdot 10}{3} \approx 23{,}3кН$$

и подставив его в выражение (1) находим R_A

$$R_A = 3q - R_C + F = 3 \cdot 10 - 23{,}3 + 10 \approx 16{,}7кН$$

Направление и величина реакций, как правило, необходимы для дальнейших расчетов балки на прочность и жесткость, поэтому во избежание возможных ошибок рекомендуется выполнять проверку найденных значений.

Проверку можно выполнить с помощью уравнения суммы моментов относительно любой другой точки, например, C. Если подставив полученные значения в уравнение, сумма моментов будет равна нулю, то значит, опорные реакции были найдены верно.

$$\sum m_C = -R_A \cdot 3 + q \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} + m - F \cdot 1{,}5 = -16{,}7 \cdot 3 + 10 \cdot 4{,}5 + 20 - 10 \cdot 1{,}5 = -0{,}1кНм$$

Здесь, значение 0,1 в сумме моментов получилось за счет округления значений найденных реакций до одного знака после запятой, и показывает правильность вычислений.

Положительный знак величины опорных реакций говорит о том, что их направление изначально было выбрано правильно.

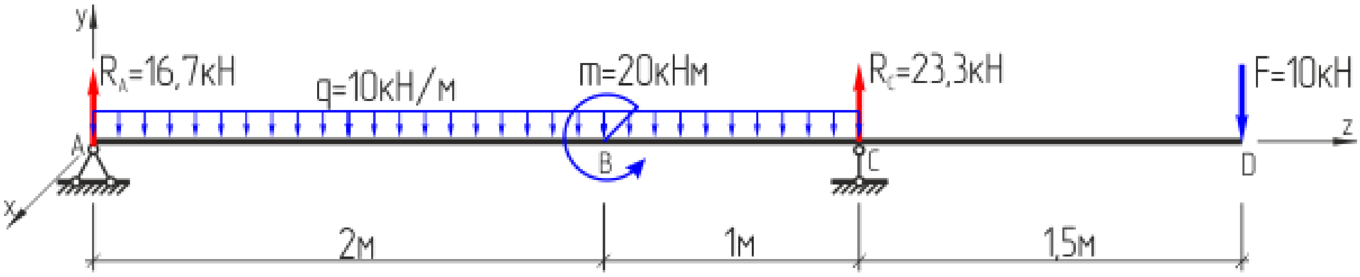


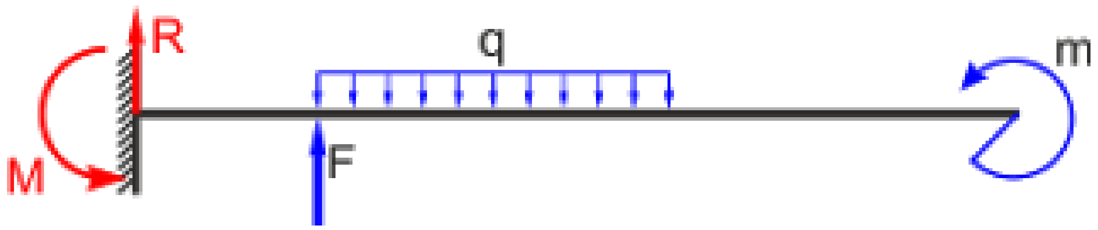
рис.9

Если найденное значение реакции окажется отрицательным, ее надо направить в противоположную сторону изменив знак на "+".

Задача №4.

В заделке консольной балки при плоском поперечном изгибе

Пример решения задачи на определение опорных реакций в жесткой заделке консольной балки, нагруженной системой заданных нагрузок.



Определение опорных реакций в заделке

Задание: Консольная балка, нагружена сосредоточенными силой F и моментом m, а также
распределенной нагрузкой q. Определить величину и направление опорных реакций в жесткой заделке.

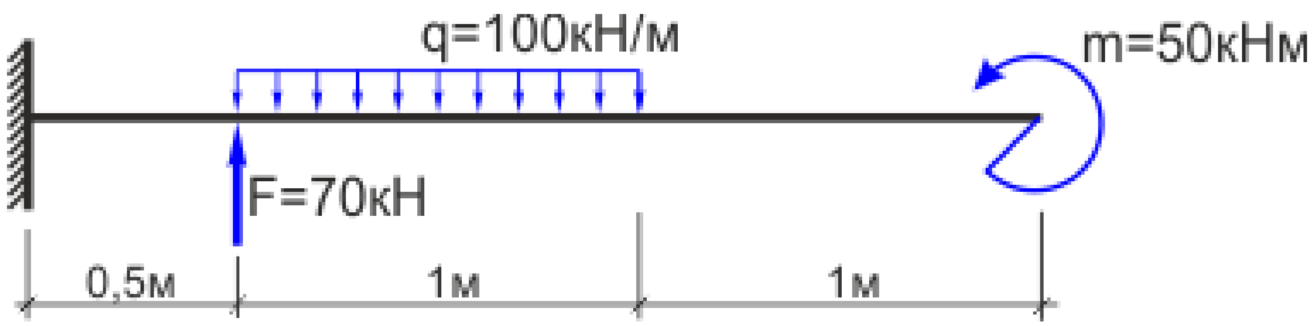


рис.10

Решение:

В данном случае имеет место случай плоского поперечного изгиба, поэтому реакции, очевидно, также будут располагаться исключительно в плоскости чертежа.

Для удобства обозначим характерные сечения балки точками A, B, C и D и установим систему координат с началом в т. A

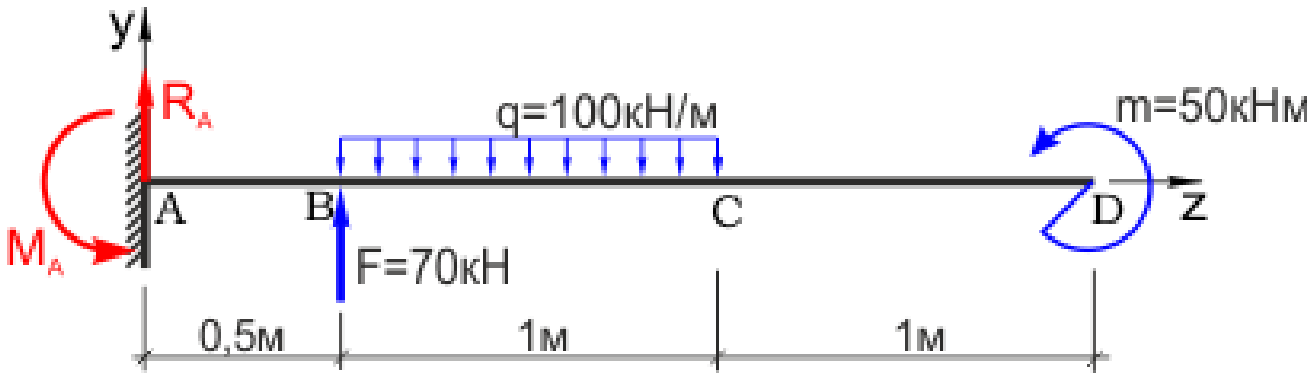


рис.11

Как известно заделка препятствует одновременно перемещению и вращению балки, поэтому в защемлении будут реактивные сила R и момент M.

Не зная истинного направления, направим их произвольно, например: реакцию R направим вверх, а опорный момент M против хода часовой стрелки

Для определения неизвестных усилий запишем уравнения равновесия системы (уравнения статики):

$$\sum F(y) = 0 = R_A + F - q \cdot 1$$

$$\sum m(A) = 0 = M_A + F \cdot 0{,}5 - q \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + 0{,}5\right) + m$$

из первого уравнения определяем опорную силу

$$R_A = q \cdot 1 - F = 100 \cdot 1 - 70 = 30кН$$

из второго - момент в заделке

$$M_A = q \cdot 1 \cdot 1 - 0{,}5F - m = 100 - 0{,}5 \cdot 70 - 50 = 15кНм$$

Положительный знак найденных реакций показывает, что произвольно выбранное их направление оказалось правильным.

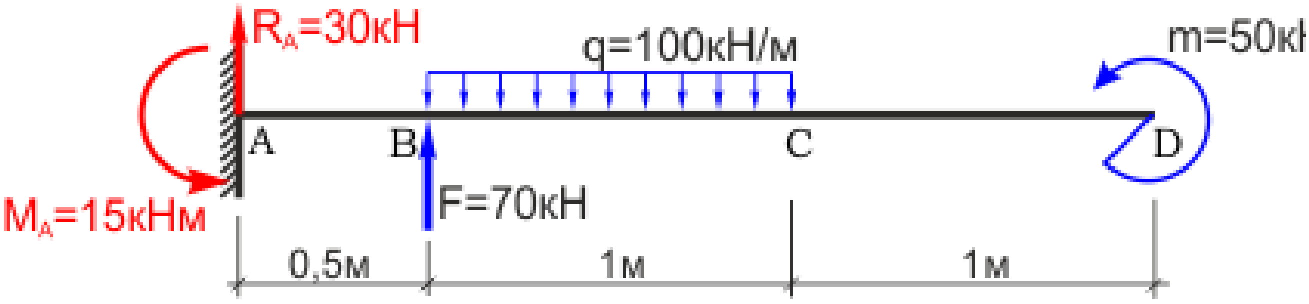


рис.12

В качестве проверки полученных данных запишем уравнение суммы моментов относительно любой другой точки балки, например точки D:

$$\sum m(D) = M_A - R_A \cdot 2{,}5 - F \cdot 2 + q \cdot 1 \cdot (\frac{1}{2} + 1) + m = 15 - 30 \cdot 2{,}5 - 70 \cdot 2 + 100 \cdot 1{,}5 + 50 = 0$$

Ноль говорит о том, что опорные реакции определены верно.

Задача №5.
Проверка стержня на прочность

Проверить прочность стержня при растяжении-сжатии, центрально нагруженного двумя сосредоточенными силами F_1=100 кН и F_2 = 600 кН. Допускаемые напряжения при растяжении $[\sigma]_р$ = 80 МПа и сжатии $[\sigma]_с$ = 150 МПа.

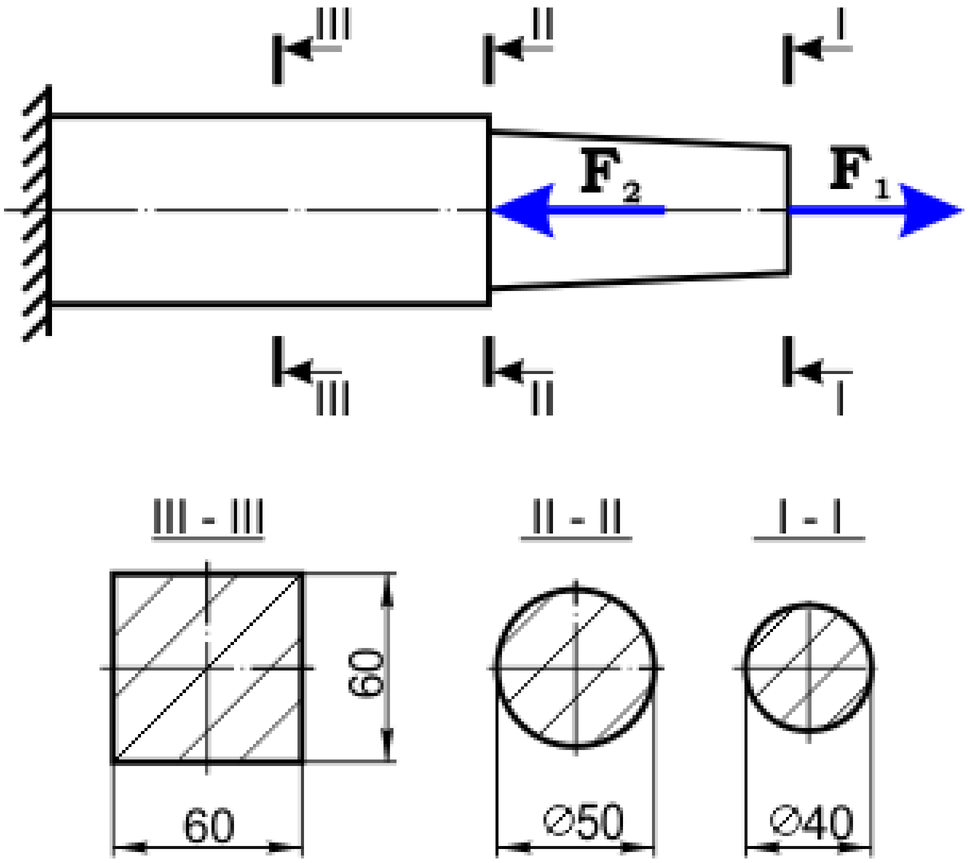


Рис. 13

Решение

На рис. 14 приведена эпюра продольных сил N для заданного стержня

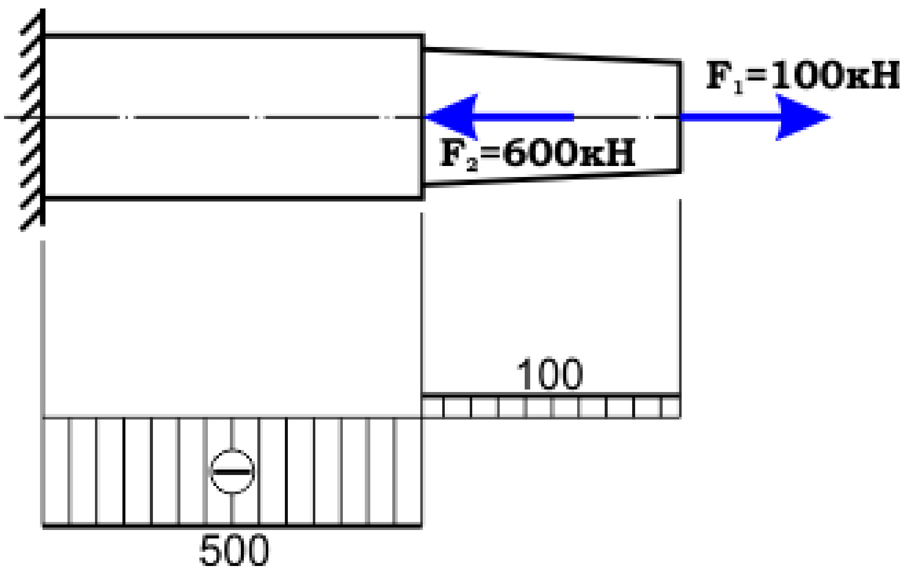


Рис. 14

Для правой части стержня опасным является сечение I-I, в котором действует растягивающая продольная сила N_p = 100 кН, а площадь сечения $A_1 = \pi \cdot 2^2 =$ 12,56 см^2.

$$\sigma_p = \frac{N_p}{A_1} = \frac{100 \cdot 10^3}{12{,}56 \cdot 10^{-4}} = 79{,}6 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 79{,}6\text{МПа} < [\sigma]_p = 80\text{МПа}$$

В левой сжатой части стержня продольная сила по абсолютной величине равна N_c = 500 кН и все сечения равноопасны. $A_2 = 6^2 = 36$ см^2.

$$\sigma_c = \frac{N_c}{A_2} = \frac{500 \cdot 10^3}{96 \cdot 10^{-4}} = 138{,}9 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 138{,}9\text{МПа} < [\sigma]_c = 150\text{МПа}.$$

Таким образом, условия прочности выполняются, т.е. стержень прочный

Задача №6.
Подбор диаметров вала по условию прочности

Подобрать размеры поперечного сечения вала (рис. 15) по условию прочности. На участках от сечения 1 до сечения 3 и от сечения 5 до сечения 6 наружный диаметр вала по конструктивным соображениям должен иметь одинаковый размер.
На участке от сечения 1 до сечения 2 вал кольцевого поперечного сечения с $n = d_В/d = 0{,}4$. На участках от сечения 3 до сечения 5 вал подбирается только по условию прочности.
M = 1 кН·м, $[\tau]$ = 80 МПа.

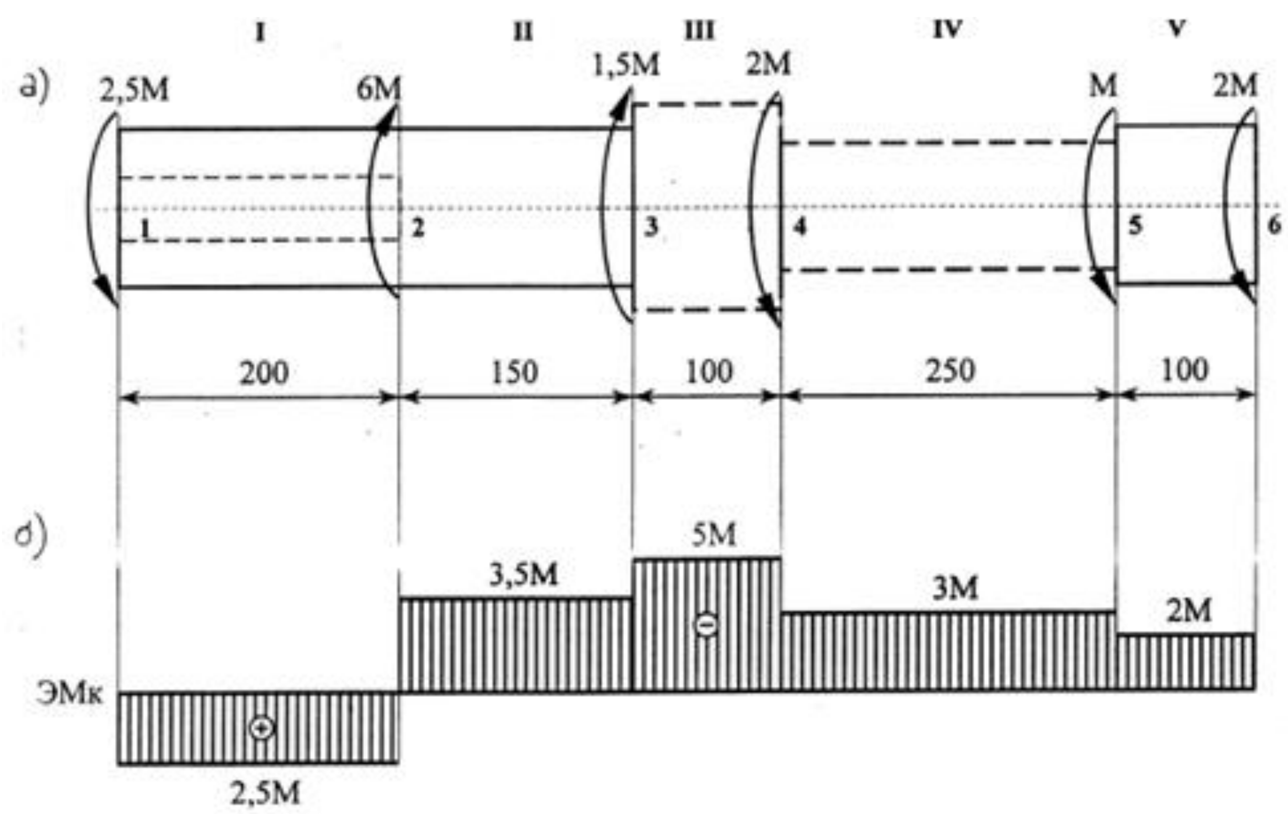


Рис. 15

Решение

Разбиваем вал на силовые участки, строим эпюру крутящего момента (рис. 15, б).

Определяем диаметры вала. На I, II и V участках наружный диаметр вала одинаков. Для них не возможно заранее указать сечение с наибольшим значением касательного напряжения, так как различные участки имеют различные типы поперечного сечения: I участок – кольцевое, II и V – сплошное круглое.

Приходится определять отдельно по условию прочности диаметры для каждого типа поперечного сечения по наиболее нагруженному силовому участку (то есть тому, на котором действует максимальный по абсолютной величине крутящий момент). Окончательно примем наибольший полученный диаметр.

Для участка с кольцевым сечением:

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{M_{K1} \cdot 16}{\pi \cdot (1-\alpha^4) \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2500 \cdot 16}{3{,}14 \cdot (1-0{,}4^4) \cdot 80 \cdot 10^6}} = 5{,}466 \cdot 10^{-2}\text{м.}$$

Для вала сплошного поперечного сечения

$$d_2 \ge \sqrt[3]{\frac{M_{K2} \cdot 16}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3500 \cdot 16}{3{,}14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 6{,}062 \cdot 10^{-2}\text{м.}$$

Окончательно принимаем наибольшее значение полученного диаметра, округленное до целого
значения в большую сторону:
$d_1 = d_2 = d_5 = 61$ мм; $d_{B1} = n \cdot d_1 = 0{,}4 \cdot 60 = 24{,}4$ мм.
Наибольшее действующее на этих участках напряжение:

$$\tau = \frac{M_{K2} \cdot 16}{\pi \cdot d_2^3} = \frac{3500 \cdot 16}{3{,}14 \cdot 0{,}061^3} \cdot 10^{-6} = 78{,}53\ МПа < [\tau] = 80\ МПа$$

Диаметр вала на III участке ($M_{K3} = 5M = 5$ кНм):

$$d_3 \ge \sqrt[3]{\frac{M_{K3} \cdot 16}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{5000 \cdot 16}{3{,}14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 6{,}828 \cdot 10^{-2}\text{м}$$

Принимаем $d_3 = 69$ мм.
Аналогично диаметр вала на IV участке $M_{K4}=3M=3$ кНм.

$$d_4 \ge \sqrt[3]{\frac{M_{K4} \cdot 16}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3000 \cdot 16}{3{,}14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 5{,}759 \cdot 10^{-2}\text{м.}$$

Принимаем $d_4 = 58$ мм.

Задача №7.

Расчет на прочность двутавровой балки.

Произвести полный расчет на прочность и проверить жесткость статически определимой двутавровой балки (рис. 16) при следующих данных: F=40кН, q=30 кН/м, *a*=0,8 м, *l*=4м, допустимые нормальные и касательные напряжения: [σ]=160 МПа и [τ]=100 МПа, допустимый прогиб балки [f]=*l*/400

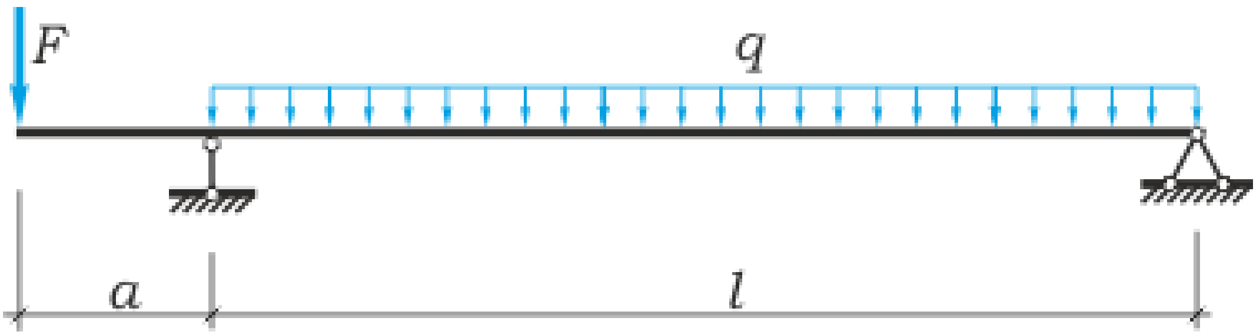


Рис. 16

Решение

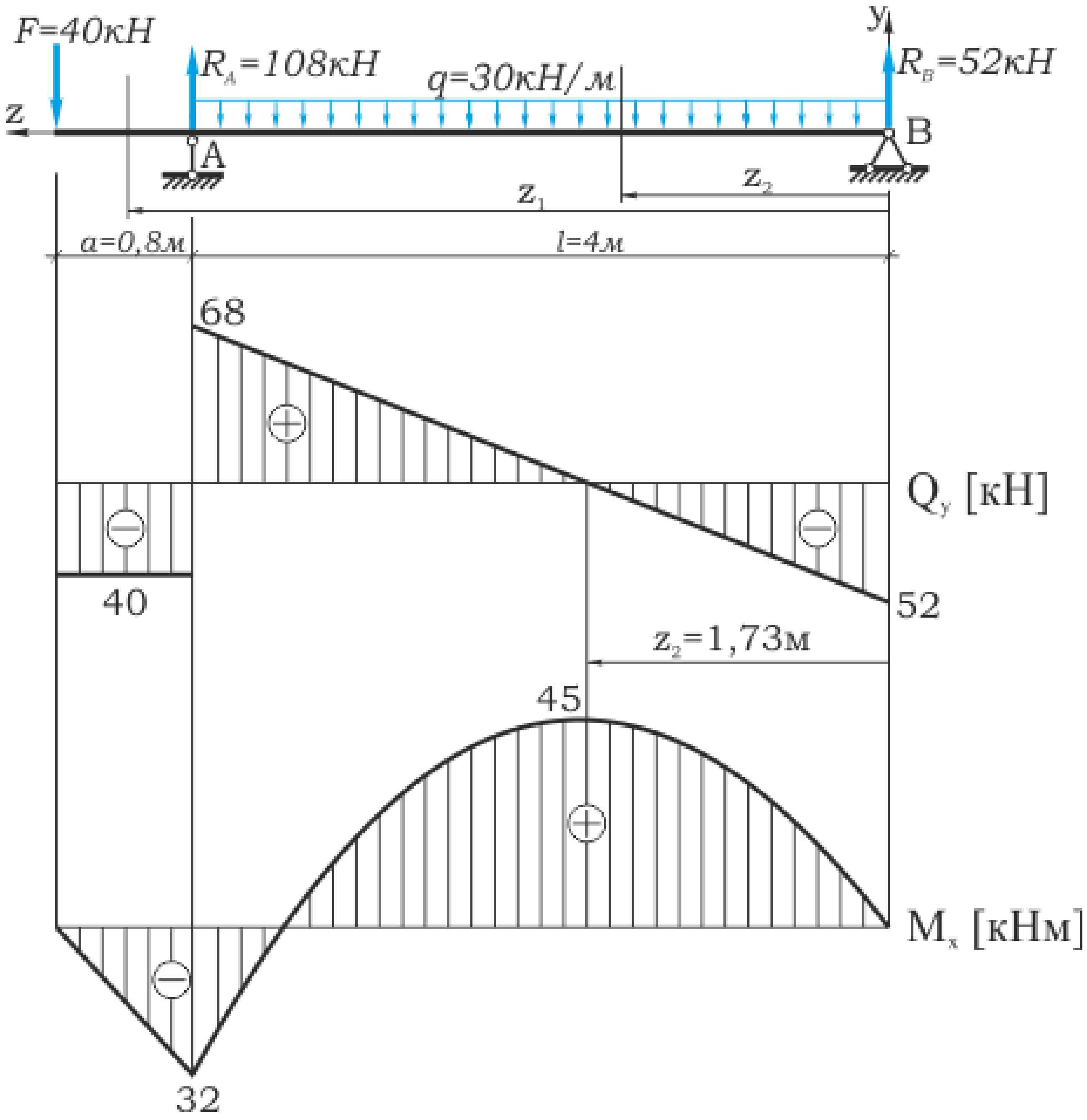
Определение опорных реакций

Из $\Sigma m_в = 0$

$$R_A = \frac{F \cdot (a+1) + \frac{q \cdot 1^2}{2}}{1} = \frac{40 \cdot 4{,}8 + 30 \cdot 8}{4} = 108\,кН,$$

Из $\Sigma m_A = 0$

$$R_B = \frac{\frac{q \cdot 1^2}{2} - F \cdot a}{1} = \frac{30 \cdot 8 - 40 \cdot 0{,}8}{4} = 52\,кН.$$



Построение эпюр Q и M

в пролете балки $0 \leq z_2 \leq l$

$$Q_{II} = -R_B + qz_2 = -52 + 30 \cdot z_2$$

$$Q_{II(z=0)} = -52 \text{ кН}$$

$$Q_{II(z=l)} = -52 + 30 \cdot 4 = 68 \text{ кН}$$

$$M_{II}=R_B\, z_2-qz_2^2/2=52z_2-30\cdot z_2^2/2$$

$$M_{II\,(z=0)}=0$$

$$M_{II\,(z=l)}=-32 \text{ кНм}$$

На консоли $l \le z_1 \le (l+a)$

$$Q_I=-R_B+ql-R_A=-52+30\cdot4-108=-40\ кН$$

$$M_I=R_B\, z_1-ql(z_1-l/2)+R_A(z_1-l)=52z_1-30\cdot4(z_1-4/2)+108(z_1-4)$$

$$M_{I\,(z=l)}=-32\ кНм$$

$$M_{I\,(z=l+a)}=0$$

По этим данным построены эпюры Q и M.

Подбор сечения двутавровой балки

Так как M_{max} = 45 кНм, то

$$W_x \ge M_{max}/[\sigma]=45\cdot10^3/160\cdot10^6=0{,}281 \text{ м}^3=281 \text{ см}^3.$$

По сортаменту выбираем двутавр № 24, для которого W_x = 289 см^3, I_x= 3460 см^4, S_{max} = 163 см^3, h = 24 см, $b_п$ = 11,5 см, t = 0,95 см, d = b_c = 0,56 см, h_0 = h-2t = 22,1 см.

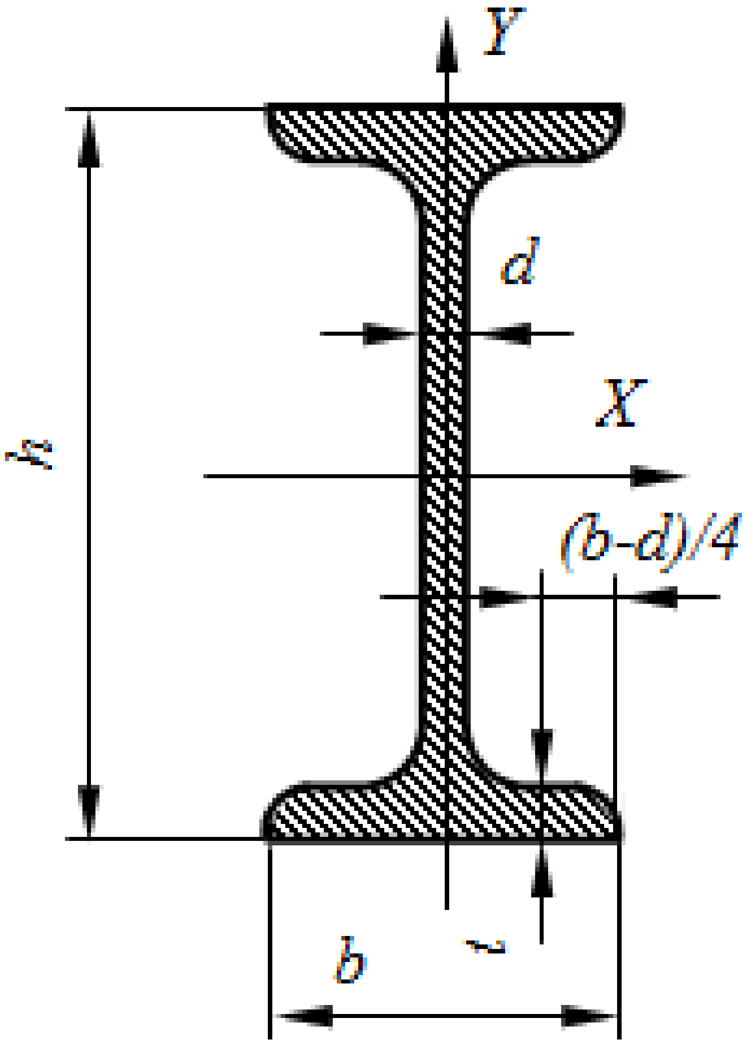
Сортамент двутавров

Двутавры стальные горячекатаные (ГОСТ 8239-89)

Размеры двутаврового сечения:
h - высота;
b - габаритная ширина;
d - толщина стенки;
t - толщина полки;

A - площадь поперечного сечения;
m - масса погонного метра;

I_x - момент инерции относительно оси x;
W_x - осевой момент сопротивления сечения;
i - радиус инерции;
S_x - статический момент.



№ бал-ки	Размеры, мм				Площадь сечения, см²	Масса 1 м, кг	Справочные величины для осей						
							X				Y		
	h	b	d	t			I_x, см⁴	W_x, см³	i_x, см	S_x, см³	I_y, см⁴	W_y, см³	i_y, см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	19,90	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	22,70	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	25,80	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	29,40	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Этот двутавр будет работать при максимальном нормальном напряжении в крайнем волокне опасного сечения.

$$\sigma_{max} = M_{max} / W_x = 45\cdot10^3 / 289\cdot10^{-6} = 156\cdot10^6 \text{ Па} = 156 \text{ МПа}$$

Проверка сечения балки по касательным напряжениям

Так как Q_{max} = 68 кН, то

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}\cdot S_{max}}{b_0\cdot I} = \frac{68\cdot10^3\cdot163\cdot10^{-6}}{0{,}56\cdot10^{-2}\cdot3460\cdot10^{-8}} \approx 56\cdot10^6 \text{ Па} = 56 \text{МПа} < [\tau] = 100 \text{МПа}$$

Построение эпюр нормальных σ и касательных τ напряжений в неблагоприятном сечении балки:

В отношении главных напряжений неблагоприятным является сечение над левой опорой, в котором:

$$M = -32 \text{ кНм и } Q = 68 \text{ кН}.$$

Значение напряжений в различных точках по высоте двутавра сведены в таблицу 1

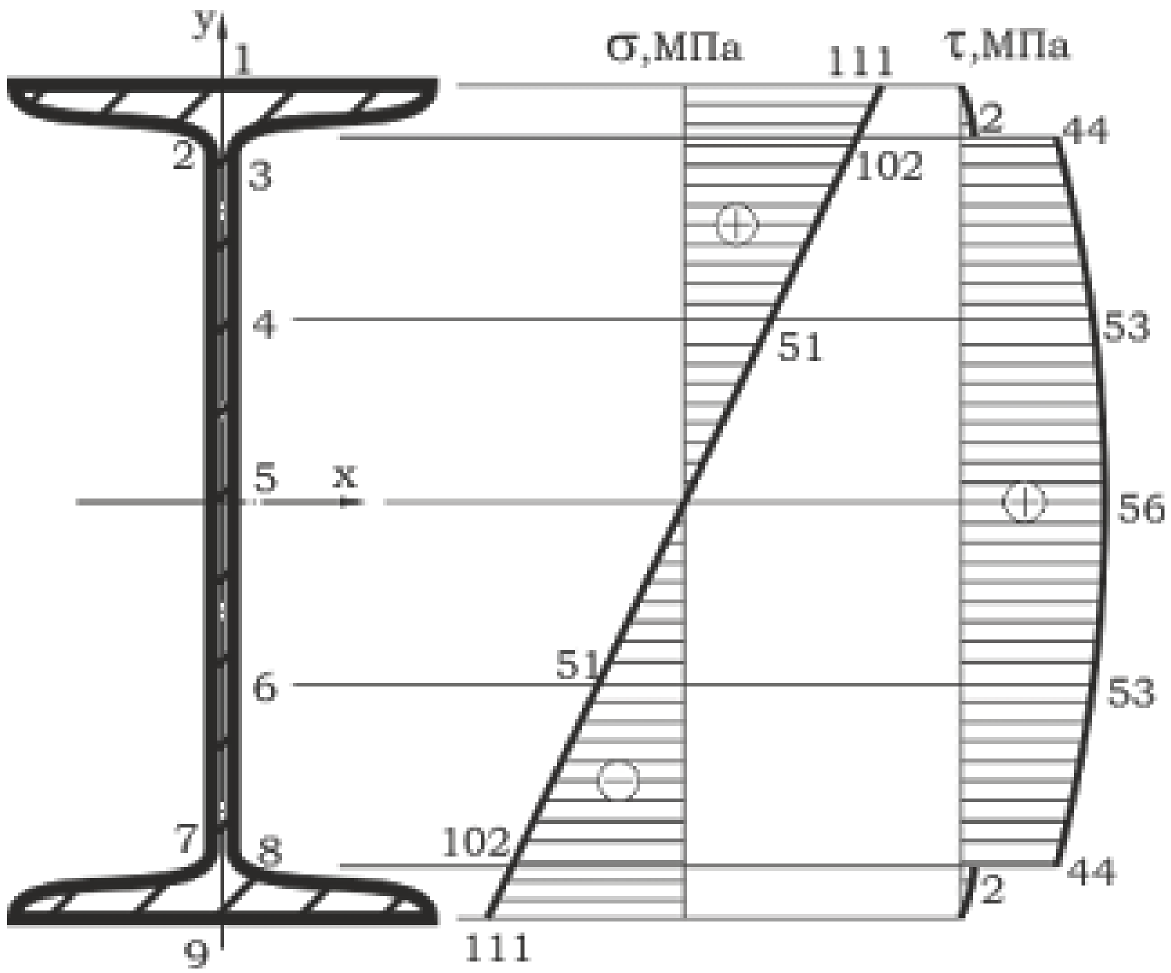


Таблица 1

Результаты расчета в примере

Номер точек	y, см	σ	τ	σ_1	σ_3
		МПа			
1	12,00	111	0	111	0
2	11,05	102	2	102	0
3	11,05	102	44	118	-16
4	5,52	51	53	84	-34
5	0,00	0	56	56	-56
6	-5,52	-51	53	34	-84
7	-11,05	-102	44	16	-118
8	-11,05	-102	2	0	-102
9	-12	-111	0	0	-111

Проверка прочности балки по главным напряжениям

Наиболее опасной точкой в неблагоприятном сечении является точка 3. В этой точке σ_1=118 МПа и σ_3= -16 МПа. Проверяем прочность в этой точке по третьей гипотезе прочности согласно неравенству $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$.

Так как 118 - (-16) = 134 < 160, то выбранное сечение удовлетворяет условию прочности и по главным напряжениям.

Расчет перемещений сечений (прогибов балки)

Универсальные уравнения для сечения z:

$$\theta(z) = \theta_0 + \frac{1}{E \cdot I}\left[R_B \cdot \frac{z^2}{2} - q\frac{z^3}{6} + R_A \cdot \frac{(z-1)^2}{2} + q \cdot \frac{(z-1)^3}{6}\right]$$

$$y(z) = y_0 + \theta_0 \cdot z + \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left[R_B \cdot \frac{z^3}{6} - q \cdot \frac{z^4}{24} + R_A \cdot \frac{(z-1)^3}{6} + q \cdot \frac{(z-1)^4}{24}\right]$$

Опорные условия:

1) при $z=0$ $y(z)=0$, следовательно, $y_0=0$

2) при $z=l$ $y(z)=0$ находим θ_0

$$0=\theta_0\cdot 4+\frac{1}{2\cdot 10^{11}\cdot 3460\cdot 10^{-8}}\cdot\left[52\cdot 10^3\cdot\frac{4^2}{6}-30\cdot 10^3\cdot\frac{4^3}{24}\right],$$

откуда $\theta_0 = -8{,}48\cdot 10^{-3}$ радиан.

Прогиб в пролете при $z=l/2=4/2=2$ *м*.

$$y_c=-8{,}48\cdot 10^{-3}\cdot 2+\frac{1}{2\cdot 10^{11}\cdot 3460\cdot 10^{-8}}\cdot\left[52\cdot 10^3\cdot\frac{2^3}{6}-30\cdot 10^3\cdot\frac{2^4}{24}\right]=$$

$$=-0{,}98\cdot 10^{-2}\text{м}=-0{,}98\ \text{см}.$$

Аналогично определяется прогиб на конце консоли при $z = l + a = 4+0{,}8 = 4{,}8$ *м*.

Проверка жесткости балки

- пролетной части:

$y_c=0{,}98$ *см* $< 1/400 = 400/400 = 1$ *см*

- консольной части:

$y_D=0{,}33$ *см* $< 2a/400 = 2\cdot 80/400 = 0{,}4$ *см*.

Следовательно, принятая двутавровая балка удовлетворяет требуемому условию жесткости.